Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Abril-Julio 2008

Nombre: ______________________

Carné: ______________ Sección: ______

1er. Parcial de Matemáticas VI. 7:30 am

1. (13 ptos.) Calcular el area de la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ contenido en $z \geq \sqrt{2(x^2 + y^2)}$.

2. (12 ptos.) Considere el campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) := (y,\ -x,\ zx^3y^2)$.
Calcular
$$\iint_S \nabla \times \vec{F} \cdot \vec{n}\ dS$$
donde S es la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \leq 0$ y los vectores $\vec{n}$ cumplen con $\vec{n} \cdot \hat{k} \leq 0$.

3. (12 ptos.) Sea V un volumen en $\mathbb{R}^3$ cuyo borde ∂V es una superficie suave. Sean $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ un campo escalar de clase C^1 y $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial de clase C^1, muestre que
$$\int_V \nabla g \cdot \vec{F} dV = \int_{\partial V} (g\vec{F}) \cdot d\vec{S} - \int_V g\ \nabla \cdot \vec{F}\ dV.$$

4. (13 ptos.) Sea $z \in \mathbb{C}$ tal que $|z| = 1$. Sean a y b dos números complejos, tales que $\bar{b}z + \bar{a} \neq 0$.
Muestre que
$$\left| \frac{az + b}{\bar{b}z + \bar{a}} \right| = 1.$$

¡Justifique todas sus respuestas!